

Artículo de Investigación

Errores matemáticos y conflictos en la interpretación: Consideraciones para resignificar la enseñanza de las matemáticas

Mathematical errors and conflicts in interpretation:
Considerations for reframing mathematics education



Carlos Iván Bucheli Chaves ¹

✉ <https://orcid.org/0000-0002-9894-5330>

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC) | Tunja – Colombia | CP 150001

<http://doi.org/10.26423/rcpi.v13i1.807>

✉ carlos.bucheli@uptc.edu.co

Páginas: 19 - 32

RESUMEN

El proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas exige docentes con conocimientos sólidos para minimizar errores y facilitar la comprensión estudiantil. Sin embargo, estudios y observaciones empíricas evidencian que profesores de primaria y secundaria cometen errores e interpretaciones ambiguas que obstaculizan el aprendizaje y generan confusión conceptual. Este estudio analizó y categorizó estos errores y ambigüedades, promoviendo la reflexión docente para optimizar la enseñanza y mejorar el aprendizaje. Se usó el Enfoque Ontosemiótico y un diseño cualitativo de caso múltiple con cinco docentes de matemáticas de primaria y secundaria. La recolección de datos incluyó observaciones y cuestionarios. El análisis por triangulación y codificación identificó cinco categorías: errores conceptuales, ambigüedades semióticas, prácticas ineficaces, reflexión docente e impacto estudiantil. Los resultados mostraron que la ambigüedad en explicaciones y la falta de precisión en estrategias de enseñanza dificultan la comprensión matemática. El análisis reflexivo de estos errores y ambigüedades se considera fundamental para diseñar herramientas pedagógicas que fortalezcan la práctica docente y favorezcan el rendimiento de los estudiantes.

Palabras clave: Errores conceptuales; semiótica; didáctica de las matemáticas; reflexión pedagógica; prácticas pedagógicas.

ABSTRACT

The process of teaching and learning mathematics requires teachers with solid knowledge to minimize errors and facilitate student understanding. However, studies and empirical observations show that primary and secondary school teachers make errors and ambiguous interpretations that hinder learning and generate conceptual confusion. This study analyzed and categorized these errors and ambiguities, promoting teacher reflection to optimize teaching and improve learning. The Ontosemiotic Approach and a qualitative multiple case design were used with five primary and secondary mathematics teachers. Data collection included observations and questionnaires. Analysis by triangulation and coding identified five categories: conceptual errors, semiotic ambiguities, ineffective practices, teacher reflection, and student impact. The results showed that ambiguity in explanations and a lack of precision in teaching strategies hinder mathematical understanding. Reflective analysis of these errors and ambiguities is considered essential for designing pedagogical tools that strengthen teaching practice and promote student performance.

Keywords: Conceptual errors; semiotics; mathematics education; pedagogical reflection; pedagogical practices.

Recepción: 27 noviembre 2024 | Aprobación: 21 abril 2025 | Publicación: 27 junio 2025

¹ Doctor en Ciencias de la Educación, por la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia - Colombia

INTRODUCCIÓN

En la enseñanza de las matemáticas, los errores y las ambigüedades han sido objeto de estudio desde diferentes enfoques teóricos y metodológicos. Investigaciones previas han abordado la clarificación de estos conceptos tanto en términos generales (Peña, 1982) como en el contexto matemático (Godino *et al.*, 2007; Sánchez *et al.*, 2022). Estos estudios han permitido caracterizar los errores cometidos por los alumnos en el aula, identificando patrones recurrentes y relacionándolos con las dificultades conceptuales y las estrategias de enseñanza implementadas por los docentes (Socas, 2007; Gamboa y Fonseca, 2017; Godino y Llinares, 2000; Ramírez *et al.*, 2018). Desde una perspectiva constructivista, Barquero, 2022 plantea que los errores forman parte inherente del proceso de aprendizaje y constituyen oportunidades para promover la reflexión crítica y la reestructuración de conocimientos.

Sin embargo, la mayoría de estas investigaciones se centran en los errores cometidos por los estudiantes, dejando de lado el análisis de los errores y ambigüedades que los propios docentes generan en sus clases. Este vacío en la literatura es especialmente notorio en el contexto colombiano, donde los estudios sobre el impacto de los errores docentes en el aprendizaje matemático son escasos. A nivel internacional, investigaciones realizadas en España (Font *et al.*, 2023; Sánchez *et al.*, 2021; Ledezma *et al.*, 2022; Sánchez *et al.*, 2022) han documentado la influencia de las decisiones didácticas y las representaciones matemáticas en la aparición de errores y ambigüedades durante la enseñanza. En Colombia, aunque existen algunos estudios sobre idoneidad didáctica y dificultades conceptuales (Barboza y Castro, 2023; Fúneme y López, 2022; Amaya de Armas, 2020), estos se centran en la planificación de clases y la representación de conceptos matemáticos, sin profundizar en la incidencia directa de los errores y ambigüedades docentes en el aula.

Barboza y Castro, 2023 analizaron el impacto de los criterios de idoneidad epistémica en la planificación de clases, mientras que Fúneme y López, 2022 evidenciaron dificultades en la conexión de ciertos conceptos matemáticos debido a la falta de conocimiento didáctico de los profesores. Amaya de Armas, 2020 identificó problemas en la representación de funciones matemáticas, resaltando la necesidad de fortalecer las estrategias de enseñanza para evitar errores conceptuales. A pesar de estos aportes, sigue existiendo una carencia de estudios enfocados específicamente en los errores y ambigüedades que emergen de la práctica docente en Colombia.

La falta de reflexión docente sobre sus propios errores y ambigüedades en el aula puede afectar

negativamente el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sánchez *et al.*, 2022 señalan que la identificación y análisis de los errores permite al docente ajustar sus estrategias pedagógicas y mejorar la claridad en la exposición de conceptos matemáticos. La reflexión pedagógica no solo facilita la detección de errores recurrentes, sino que también promueve la implementación de estrategias de intervención para minimizar la incidencia de estos errores y fortalecer la comprensión conceptual de los estudiantes.

Este estudio busca promover la competencia reflexiva en los docentes, facilitando la identificación y análisis de los errores y ambigüedades generados en la enseñanza de las matemáticas. La competencia reflexiva implica la capacidad de los docentes para analizar críticamente sus propias prácticas pedagógicas, identificar las causas de los errores y ambigüedades, y proponer soluciones efectivas para mejorar la enseñanza.

El objetivo principal de esta investigación es evidenciar y categorizar los errores y ambigüedades que surgen en las clases de matemáticas impartidas por docentes de primaria, con el fin de diseñar estrategias pedagógicas más efectivas. Objetivos específicos: (i) Identificar y categorizar los errores y ambigüedades presentes en la práctica docente de profesores de matemáticas de la Institución Educativa Municipal Libertad (Pasto, Colombia). (ii) Concienciar a los docentes sobre los errores que cometen y las ambigüedades que propician para reflexionar sobre sus causas y consecuencias. (iii) Proponer estrategias de intervención basadas en el análisis de patrones de errores y ambigüedades identificados en las clases.

Los hallazgos de este estudio contribuyen a la formación docente al proporcionar herramientas para la reflexión crítica sobre su práctica pedagógica. Además, se espera que los resultados sirvan de base para diseñar estrategias de intervención que minimicen la incidencia de errores y ambigüedades en la enseñanza de las matemáticas en Colombia. De este modo, la investigación no solo contribuirá a la mejora de la práctica docente, sino que también promoverá una comprensión más clara y precisa de los conceptos matemáticos entre los estudiantes.

MARCO TEORICO

El Enfoque Ontosemiótico (EOS)

El Enfoque Ontosemiótico (EOS) de Font *et al.*, 2023 ofrece una base teórica para comprender y analizar los errores y las ambigüedades en la enseñanza de las matemáticas. Según este enfoque, los errores y las ambigüedades emergen de la interacción entre el profesor, el contenido y los procesos de interpretación semiótica.

El EOS sostiene que el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas implica una

interpretación constante de objetos y procesos semióticos. En este marco, los errores y las ambigüedades surgen cuando hay conflictos en la interpretación de estos objetos o procesos. La perspectiva ontosemiótica permite no solo identificar estos conflictos, sino también proponer estrategias para abordarlos y mejorar la práctica docente.

Definición y causas de los errores

El error matemático es una práctica que no es válida desde el punto de vista matemático. Las causas de estos errores pueden atribuirse a errores en los textos escolares, concepciones inadecuadas y conflictos semióticos. Beyer, 2014 analizó errores en libros de texto y su validación por parte de los docentes, concluyendo que la revisión constante de los materiales es fundamental para evitar la transmisión de errores. Engler *et al.*, 2004 señalaron que la falta de conocimiento matemático es una causa recurrente de errores docentes, lo que resalta la necesidad de fortalecer la formación inicial y continua

de los profesores. Batanero *et al.*, 2015 destacaron que la falta de claridad en la interpretación de símbolos matemáticos genera errores en la enseñanza, subrayando la importancia de una enseñanza precisa y coherente.

El profesor, al transmitir conocimiento matemático, puede cometer errores relacionados con la interpretación de símbolos y el uso de términos técnicos. Godino *et al.*, 2007 sostienen que estos errores pueden tener un impacto significativo en la comprensión del estudiante, especialmente cuando no hay una corrección o reflexión inmediata sobre ellos.

Estos hallazgos coinciden en que los errores matemáticos no solo son inevitables, sino que también pueden utilizarse como una herramienta pedagógica para mejorar la comprensión (Tabla 1). Los autores Socas, 2007 y, Gamboa y Fonseca, 2017 coinciden en que analizar los errores en el aula permite a los docentes ajustar su práctica y fortalecer el aprendizaje de los estudiantes.

Tabla 1: Estudios sobre errores matemáticos desde el enfoque constructivista.

Item	Año	Enfoque	Conclusión principal
Socas	2007	Constructivista	Los errores forman parte del proceso de aprendizaje y deben analizarse para mejorar la práctica docente.
Batanero <i>et al.</i>	2015	Epistemológico	La comprensión de los errores está ligada al conocimiento epistemológico del docente.
Gamboa y Fonseca	2017	Cognitivo	La identificación de errores ayuda a fortalecer la comprensión de los estudiantes.
Ramírez <i>et al.</i>	2018	Sociocultural	La interacción entre los estudiantes y el profesor influye en la aparición de errores conceptuales.
Font y Planas	2019	Sociocultural	Los errores en matemáticas están influenciados por contextos socioculturales y prácticas educativas.
Barquero	2022	Didáctico	La reflexión sobre los errores permite mejorar la planificación y ejecución de las clases.
Díaz Godino	2023	Ontosemiótico	Los errores docentes pueden analizarse desde una perspectiva semiótica para mejorar la enseñanza.
Moreno	2024	Constructivista	Ver los errores como oportunidades de aprendizaje mejora el razonamiento crítico de los estudiantes.

Ambigüedad matemática

La ambigüedad es más difícil de caracterizar. Para que se presente una ambigüedad deben cumplirse tres condiciones (Font *et al.*, 2023): (1) el profesor expresa una idea que el alumno interpreta de manera diferente; (2) la interpretación del alumno tiene cierta base lógica; y (3) el profesor se siente responsable de la interpretación errónea del alumno. Un ejemplo de ambigüedad es el uso de metáforas. Si un profesor dice que el eje de abscisas es horizontal y el eje de

ordenadas es vertical, los alumnos podrían interpretar incorrectamente el sistema de coordenadas, generando confusión.

Los estudios sobre ambigüedades destacan que la falta de claridad en la formulación de problemas o en la explicación de conceptos puede generar confusión y afectar el proceso de aprendizaje (Tabla 2). La influencia de las diferencias culturales también refuerza la necesidad de adaptar las explicaciones al contexto específico.

Tabla 2: Estudios sobre ambigüedades en la práctica docente.

Autor(es)	Año	Contexto	Conclusión principal
Engler <i>et al.</i>	2004	Alemania	La falta de definición clara de términos técnicos propicia las ambigüedades.
Planas y Civil	2005	España	Las diferencias culturales pueden generar ambigüedades en la interpretación de problemas matemáticos.
Godino <i>et al.</i>	2007	España	La ambigüedad puede ser una oportunidad para desarrollar el pensamiento crítico.
Díaz Godino y Batanero	2009	España	Las ambigüedades en la enseñanza de la estadística afectan la comprensión de conceptos clave.
Batanero <i>et al.</i>	2015	España	La interpretación incorrecta de símbolos genera confusión en los estudiantes.
Font <i>et al.</i>	2023	España	La ambigüedad surge cuando el profesor no aclara las condiciones del problema.

Factores que inciden en la enseñanza de las matemáticas

La enseñanza de las matemáticas es un proceso complejo influenciado por diversos factores que intervienen tanto en la práctica docente como en la comprensión del contenido por parte de los estudiantes. La revisión teórica presentada hasta el momento ha permitido identificar que los errores y ambigüedades matemáticas no solo surgen de la interpretación de conceptos y símbolos, sino también de la manera en que el docente estructura y presenta la información en el aula. En este sentido, la efectividad de la enseñanza matemática está condicionada por factores clave como las estrategias de enseñanza empleadas, el uso de tecnología en el aula y la formación docente.

A continuación, se analizan estos factores desde la evidencia empírica y teórica recopilada en la revisión de la literatura. La implementación de estrategias de enseñanza adecuadas, el aprovechamiento de herramientas tecnológicas para la enseñanza y una

formación docente sólida constituyen elementos fundamentales para reducir los errores y ambigüedades en la enseñanza de las matemáticas, fortaleciendo así el proceso de aprendizaje y mejorando la comprensión de los estudiantes.

Estrategias de enseñanza en matemáticas

Diversos estudios, como los de Arteaga-Martínez *et al.*, 2020 y Rico, 1997, han demostrado que las estrategias basadas en la resolución de problemas generan un impacto positivo en el rendimiento académico de los estudiantes.

Los estudios revisados por (Rico, 1997; Arteaga-Martínez *et al.*, 2020; Calle-Bermeo *et al.*, 2020) coinciden en que la implementación de estrategias basadas en la resolución de problemas y el análisis de errores mejora el rendimiento académico y promueve la autonomía de los estudiantes (Tabla 3). La combinación de estrategias colaborativas y basadas en errores permite fortalecer la comprensión matemática y la capacidad de análisis.

Tabla 3: Estrategias de enseñanza en matemáticas.

Autor(es)	Año	Método	Hallazgos principales
Rico <i>et al.</i>	2017	Estudio de caso	Las estrategias basadas en el análisis de errores fortalecen la comprensión matemática y la autoconfianza de los estudiantes.
Arteaga-Martínez <i>et al.</i>	2020	Cuasiexperimental	La resolución de problemas contextualizados mejora el rendimiento y la autonomía en matemáticas.
Calle-Bermeo <i>et al.</i>	2020	Experimental	La combinación de resolución de problemas y trabajo colaborativo incrementa la participación y el aprendizaje significativo.

Uso de tecnología en la enseñanza de matemáticas

Negrete Toapanta *et al.*, 2024 y Fernández Martín, 2020 concluyen que el uso de plataformas digitales mejora la comprensión de conceptos complejos y facilita la retroalimentación inmediata.

El uso de tecnología en la enseñanza de las matemáticas ha demostrado ser una herramienta eficaz para facilitar la comprensión de conceptos complejos y mejorar la retroalimentación inmediata (Tabla 4). La combinación de tecnología y estrategias de resolución de problemas promueve un aprendizaje más autónomo y participativo.

Tabla 4: Impacto de la tecnología en la enseñanza de matemáticas.

Autor(es)	Año	Método	Hallazgos principales
Fernández	2020	Cuasiexperimental	El uso de aplicaciones móviles facilita la comprensión de conceptos complejos y promueve el aprendizaje autónomo.
Negrete <i>et al.</i>	2024	Experimental	Las plataformas digitales mejoran la comprensión y la retroalimentación inmediata en matemáticas.
Punina o <i>et al.</i>	2020	Estudio de caso	La combinación de tecnología y resolución de problemas mejora la retención de conocimientos y la motivación de los estudiantes.

Influencia de la formación docente en el aprendizaje de matemáticas

Diversos estudios han demostrado que los docentes con formación especializada en matemáticas implementan estrategias más efectivas y fomentan un ambiente de aprendizaje colaborativo. Por ejemplo, Escobedo y García, 2021 así como Sánchez-Cardona *et al.*, 2020 analizaron cómo la evaluación formativa y la modelación matemática en la formación docente potencian estas prácticas:

Los estudios muestran que la formación docente especializada y continua tiene un impacto positivo en la enseñanza de las matemáticas (Tabla 5). La combinación de formación técnica y metodológica permite a los docentes implementar estrategias más efectivas y mejorar la comprensión matemática de los estudiantes. La clasificación detallada de las subcategorías permitirá realizar un análisis más preciso de las estrategias de enseñanza y proponer soluciones específicas para reducir los errores y ambigüedades en la práctica docente.

Tabla 5: Influencia de la formación docente en el aprendizaje de matemáticas.

Autor(es)	Año	Método	Hallazgos principales
Sáenz y Lebrija	2013	Revisión sistemática	La formación continua de los docentes fortalece la capacidad para identificar y corregir errores en la enseñanza de matemáticas.
Escobedo y García	2021	Estudio de caso	La formación docente especializada promueve un ambiente de aprendizaje colaborativo y estrategias efectivas.
Sánchez Cardona	2020	Experimental	Los docentes con formación específica en matemáticas utilizan metodologías más efectivas y mejor adaptadas al contexto del aula.

El estudio de los errores y las ambigüedades en matemáticas ha sido ampliamente abordado desde un enfoque constructivista, donde se reconoce que los errores forman parte del proceso de aprendizaje y pueden convertirse en oportunidades para fortalecer el pensamiento matemático (Socas, 2007; Gamboa y Fonseca, 2017; Ramírez *et al.*, 2018). Sin embargo, cuando estos errores provienen del docente, pueden generar confusión en los estudiantes y afectar negativamente la comprensión de los conceptos matemáticos (Font *et al.*, 2023; Godino *et al.*, 2007).

MATERIALES Y MÉTODOS

Se adopta un enfoque cualitativo con diseño de estudio de caso múltiple. Este enfoque busca interpretar y comprender la naturaleza de los errores y ambigüedades matemáticas en la práctica docente, analizando el contexto y la experiencia de los profesores desde una perspectiva ontosemiótica (Stake, 1995; Denzin y Lincoln, 2012). El enfoque cualitativo es apropiado para estudios que exploran fenómenos complejos desde la perspectiva de los actores involucrados.

El tipo de investigación es descriptivo-interpretativo,

ya que pretende describir y analizar los errores y ambigüedades cometidos por los docentes en el aula de matemáticas e interpretar el significado de estas prácticas desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS) de Font *et al.*, 2023. El diseño adoptado es un estudio de caso múltiple (Yin, 2018), pues se analizaron las prácticas de varios docentes para identificar patrones y diferencias en los errores y ambigüedades matemáticas.

El estudio se llevó a cabo en la Institución Educativa Municipal Libertad compuesta por 2 sedes, ubicada en la ciudad de Pasto, Colombia. Se inició con un grupo de quince docentes de primaria y secundaria, así como dos coordinadores, quienes participaron en las fases preliminares de la investigación. Posteriormente, debido a las dinámicas propias del proceso metodológico, la muestra final se redujo a cinco docentes de matemáticas, quienes participaron de manera voluntaria tras otorgar el consentimiento informado para la participación.

La Tabla 6 proporciona un resumen detallado de la participación de cada docente en las distintas etapas del proceso de recolección de datos, facilitando la comprensión del papel desempeñado por cada uno en el desarrollo del estudio.

Tabla 6: Participación de los docentes.

Docente	Entrevista	Grabación de clases	Sesiones de análisis grupal
Docente 1 (Primaria, Sede Principal)	Si	Si	Si
Docente 2 (Primaria, Sede Principal)	Si	Si	Si
Docente 3 (Primaria, Sede Julián Bucheli)	Si	Si	Si
Docente 4 (Primaria, Sede Julián Bucheli)	Si	Si	Si
Docente 5 (Primaria, Sede Julián Bucheli)	Si	No	Si

Instrumentos

El primer instrumento fue un cuestionario semiestructurado aplicado a docentes, con el objetivo de recabar información sobre sus prácticas pedagógicas, percepción de errores y ambigüedades, y estrategias para abordarlos. Incluyó 15 preguntas abiertas, organizadas según cinco categorías analíticas: epistémica, semiótica, pragmática, lingüística y contextual. Su validez fue establecida mediante juicio de expertos y su confiabilidad verificada mediante el índice Kappa de Cohen (0.851). La clasificación que se presenta a continuación se ha realizado interpretando la relevancia asociada a cada pregunta dentro de las categorías analíticas proporcionadas:

Categoría epistémica: aborda los errores directamente relacionados con el conocimiento y dominio del contenido matemático, así como la autoconciencia del docente sobre la presencia de errores en su práctica.

1. ¿Ha cometido errores cuando realiza sus clases de matemáticas?
2. Si la respuesta a la pregunta anterior es afirmativa, ¿qué error o errores recuerda haber cometido en sus prácticas?
3. ¿Considera que se ha cometido un error matemático si un profesor afirma que un hexágono regular está formado por seis triángulos isósceles?
4. ¿Alguna vez ha cometido errores por falta de conocimiento matemático?

Categoría semiótica: se centra en los errores vinculados al uso y comprensión de los sistemas de representación en matemáticas.

5. ¿Alguna vez ha cometido errores de representación, como equivocarse en los diagramas al representar un tema (por ejemplo, funciones)?

Categoría lingüística: involucra los errores de argumentación, el uso del lenguaje técnico y la precisión en la comunicación matemática, reflejando prácticas poco rigurosas.

6. ¿Alguna vez ha cometido errores de demostración o argumento, observando demostraciones inexactas que solo se hacen por verificación?

7. ¿Cree que se propicia una ambigüedad si en una clase de análisis vectorial un profesor relaciona el término "vector con camino" desplazamiento?
8. ¿Considera que es una mala opción didáctica si un profesor utiliza un lenguaje muy técnico que dificulta a los estudiantes seguir sus clases y los confunde?

Categoría pragmática: explora las opciones didácticas del docente, la gestión del aula y la actitud ante los errores y ambigüedades, incluyendo la reflexión y la corrección.

9. ¿Diría que es una mala opción didáctica si un profesor comenta que la cantidad de conceptos utilizados en clase fue precaria, dejando algunos sin explicar?
10. ¿Calificaría como una mala opción didáctica el uso de definiciones, incluso si provienen de libros de texto, que no son suficientemente precisas?
11. Cuando comete un error, ¿lo corrige y explica dónde se cometió el error?
12. Cuando propicia una ambigüedad, ¿reflexiona e informa a sus estudiantes por qué motivo se propició?
13. Al cometerse un error, ¿no le da importancia, no lo corrige y avala el error por descuido u otro motivo?

Categoría contextual: aborda los factores externos o situacionales que pueden influir en la aparición o validación de errores por parte del docente.

14. ¿Ha validado algún error cuando utiliza en su práctica pedagógica libros guías que tienen errores?
15. ¿Ha validado algún error cuando el estudiante cometió un error y por distracción usted lo valida?

El segundo instrumento consistió en la videograbación de cuatro sesiones de clase, cada una de aproximadamente dos horas. Estas grabaciones fueron analizadas mediante una guía de observación estructurada, diseñada para detectar patrones en la ocurrencia de errores y ambigüedades durante la enseñanza. La estructura de este instrumento de observación, instrumento de observación estructurada: detección de errores y ambigüedades en clases de matemáticas (primaria) tiene tres partes principales:

- a) Información general de la sesión observada: se registran los datos básicos para ubicar la clase (la fecha, cuánto duró, el grado, el tema de matemáticas que se enseñó. también se registra quién era el docente observado y quién realizó la observación).
- b) Categorías de observación e indicadores de errores y ambigüedades: esta es la parte central. Se registra la presencia de estos indicadores en una lista de cinco grupos principales clasificados por las categorías analíticas ya mencionadas (estructura de cuestionario), donde pueden aparecer errores, ambigüedades o confusiones, con sus ejemplos.
- c) Registro de observaciones: para cada evento observado que se clasifique dentro de alguna de las categorías anteriores, se registra: el número de ocurrencia, el minuto/tiempo de la grabación, una descripción breve del evento, el detalle del error/ambigüedad y el manejo del docente (ej. "se corrigió inmediatamente", "no se corrigió"). También se incluye un espacio para notas adicionales o el posible impacto del error en la comprensión de los estudiantes.

Se llevó a cabo un análisis documental sistemático. La búsqueda se realizó en bases de datos académicas reconocidas, como Scopus y Google Scholar, empleando términos clave como "conflictos semióticos", "error matemático" y "ambigüedad en la enseñanza". Para asegurar la pertinencia de la información, se aplicaron filtros por área temática y año de publicación, además de criterios de inclusión y exclusión previamente establecidos. Se identificaron inicialmente 43 documentos en Scopus y 141 en Google Scholar. Posteriormente, se seleccionaron 23 estudios relevantes, priorizando aquellos que abordaban empíricamente los errores y ambigüedades en la enseñanza de las matemáticas desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS). Estos documentos se organizaron en dos categorías: (1) investigaciones centradas en errores de aprendizaje estudiantil (15 estudios), y; (2) estudios enfocados en errores y ambigüedades en la práctica docente (8 estudios). La revisión evidenció una mayor producción sobre errores

cometidos por estudiantes, así como un consenso general sobre la importancia de la reflexión docente como vía para mejorar la práctica pedagógica.

Análisis de datos

El análisis de los datos se desarrolló mediante codificación inductiva siguiendo el enfoque de Strauss y Corbin, 1998. Esta metodología fue aplicada a los cuestionarios, videgrabaciones y documentos seleccionados. Para la recolección de datos, se utilizó un cuestionario compuesto por 15 ítems. Adicionalmente, se emplearon las videgrabaciones de cuatro sesiones de clase, cada una de aproximadamente dos horas. Estas grabaciones fueron analizadas utilizando el instrumento de observación estructurada: Detección de errores y ambigüedades en clases de matemáticas (nivel primario). Este instrumento fue diseñado para detectar patrones en la ocurrencia de errores y ambigüedades durante la enseñanza y se estructura en cinco categorías principales de observación: epistémica, semiótica, lingüística, pragmática y contextual. Estas categorías comprenden un total de 30 indicadores específicos (se deriva del conteo de todos los indicadores detallados bajo las cinco categorías principales de observación) para la detección y registro detallado de errores y ambigüedades. El proceso de análisis de los datos inició con una codificación abierta para identificar unidades de significado relacionadas con errores y ambigüedades. Posteriormente, se empleó una codificación axial para establecer relaciones entre las categorías emergentes.

Finalmente, se realizó una codificación selectiva que permitió integrar las categorías en un marco teórico interpretativo, fundamentado en el Enfoque Ontosemiótico.

Este procedimiento condujo a la identificación de cinco categorías principales con sus respectivas subcategorías, reflejando las áreas críticas donde los docentes enfrentan desafíos. La clasificación obtenida permite un análisis detallado de las estrategias didácticas empleadas y sirve de base para proponer acciones orientadas a reducir errores y ambigüedades en la enseñanza de las matemáticas (ver Tabla 7).

Tabla 7: Categorización.

Categoría	Descripción	Subcategorías	Descripción de la subcategoría
Errores epistémicos	Relacionados con la falta de comprensión de conceptos matemáticos.	Definición incorrecta, Interpretación errónea, Generalización indebida	Confusión en la definición de conceptos matemáticos fundamentales; mala interpretación de conceptos; aplicación incorrecta de conceptos a situaciones inapropiadas.
Errores semióticos	Interpretación incorrecta de símbolos matemáticos	Error de notación, Transposición de símbolos, Confusión de signos	Uso incorrecto de signos matemáticos; inversión o cambio de posición de símbolos; interpretación errónea de signos.
Errores pragmáticos	Forma en que el docente presenta el contenido.	Instrucción ambigua, Orden incorrecto, Uso incorrecto de ejemplos	Explicación confusa; desorden en los pasos para resolver un problema; ejemplos inadecuados.
Ambigüedades lingüísticas	Uso impreciso del lenguaje matemático	Metáforas inadecuadas, Terminología inconsistente, Vocabulario cotidiano vs. técnico	Confusión en la interpretación de conceptos; uso de términos inconsistentes; lenguaje informal para explicar conceptos técnicos.
Ambigüedades contextuales	Falta de claridad en las condiciones del problema	Condiciones incompletas, Problemas mal formulados, Inconsistencia en datos	Problemas presentados con información insuficiente o inconsistente

Para la codificación cualitativa y el análisis cuantitativo de los datos, se utilizó XLSTAT (versión libre) y la herramienta de Microsoft Office Excel.

El proceso de triangulación y validación respaldó la solidez de los resultados obtenidos (Tabla 8). La concordancia entre evaluadores se evaluó mediante

el índice Kappa de Cohen, con un valor de 0.85, lo que indica una muy alta coincidencia. Por su parte, la consistencia interna de las categorías emergentes fue analizada con el alfa de Cronbach, alcanzando un valor de 0.92, lo que refleja una excelente fiabilidad en la clasificación.

Tabla 8: Categorización.

Método	Resultado	Indicador de validez
Índice Kappa de Cohen	0.85	Concordancia muy alta entre evaluadores
Alfa de Cronbach	0.92	Excelente consistencia interna
Triangulación de datos	Coincidencia en patrones observados	Consistencia en la interpretación

Fases del estudio

La investigación se estructuró en nueve fases. La primera fue el estado del arte, donde se realizó una revisión exhaustiva de 23 artículos científicos, capítulos de libros y documentos especializados, consultados en bases de datos como Scopus y Google Scholar. Se aplicaron criterios de inclusión y exclusión para garantizar la pertinencia de los estudios seleccionados. En la segunda fase, selección de participantes, se eligieron 15 docentes (área de matemáticas) mediante un muestreo no probabilístico por conveniencia, obteniéndose el consentimiento informado de cada uno (aplicando luego la encuesta y análisis de clase por video grabación a 5 docentes de los grados 1 a 5 de primaria). La tercera fase, recopilación de documentos complementarios, incluyó el análisis de materiales utilizados en clase, organizados a través de matrices que permitieron explorar su relación con los errores identificados.

La cuarta fase correspondió al taller introductorio, centrado en las nociones de error matemático, ambigüedad matemática y mala opción didáctica, con base en el marco teórico de Font *et al.*, 2023, especialmente en los componentes e indicadores de la idoneidad epistémica. En la quinta fase, elaboración y validación del cuestionario, el instrumento fue revisado

por tres expertos en educación matemática, sometido a prueba piloto y ajustado para garantizar claridad y validez. En la sexta fase, aplicación del cuestionario, se realizaron observaciones individuales a los docentes, las cuales fueron grabadas y transcritas para su análisis.

La séptima fase consistió en la videograbación y análisis de clases, mediante una guía estructurada de observación aplicada a cuatro sesiones de matemáticas. En la octava fase, análisis de datos, se utilizó una codificación cualitativa (abierta, axial y selectiva), junto con análisis cuantitativos de frecuencias y porcentajes. Se calcularon el índice Kappa de Cohen (0.85) y el alfa de Cronbach (0.92) para validar la confiabilidad del instrumento. Finalmente, la novena fase correspondió a la triangulación de fuentes, en la que se compararon los resultados de cuestionarios, videograbaciones y revisión documental, identificando coincidencias y patrones comunes que fortalecen la validez de los hallazgos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Resultados cuantitativos

El análisis de los datos cuantitativos permitió identificar patrones en los errores y ambigüedades matemáticas cometidas por los docentes. A través de

la observación directa y el análisis de las grabaciones de clase, se estableció una clasificación de los errores y ambigüedades más frecuentes.

La Tabla 9 resume la frecuencia de los tipos de errores observados en las sesiones de clase, destacando que los errores epistémicos y semióticos

representaron aproximadamente el 55 % de las dificultades detectadas, lo que resalta la necesidad de fortalecer las competencias disciplinares de los docentes. Además, los errores pragmáticos con 20 % y las ambigüedades lingüísticas con 15 % sugieren dificultades en la forma de presentar el contenido y en el lenguaje utilizado.

Tabla 9: Frecuencia de los tipos de errores observados en las sesiones de clase.

Tipo de error	Frecuencia	Porcentaje (%)
Errores epistémicos (falta de comprensión de conceptos)	12	30 %
Errores semióticos (interpretación incorrecta de símbolos)	10	25 %
Errores pragmáticos (forma de presentación del contenido)	8	20 %
Ambigüedades lingüísticas (uso impreciso del lenguaje matemático)	6	15 %
Ambigüedades contextuales (falta de claridad en las condiciones del problema)	4	10 %

Las categorías y subcategorías identificadas permiten delimitar las principales áreas problemáticas en la enseñanza de las matemáticas, lo que facilita un análisis más preciso de las estrategias de enseñanza y la formulación de propuestas concretas para reducir errores y ambigüedades.

De acuerdo con la clasificación propuesta por Font

et al., 2023, la Tabla 10 presenta los tipos de errores que los docentes reconocieron haber cometido, junto con el porcentaje de docentes que identificaron cada combinación de errores. Un dato particular relevante de esta tabla es que el 27 % de los docentes afirmó no haber cometido errores. Este dato destaca una percepción específica dentro del grupo de docentes encuestados sobre su propia práctica.

Tabla 10: Tipos de errores cometidos reconocidos por los docentes y su porcentaje.

Tipos de Errores Cometidos Reconocidos por los Docentes	Porcentaje (%)
Definición, Confusión, Resolución, Enunciado, Argumentación	6 %
Definición, Representación, Resolución	7 %
Representación	13 %
Resolución, Enunciado	7 %
Representación, Resolución, Enunciado	7 %
Resolución	13 %
Enunciado	7 %
Argumentación	13 %
No ha cometido errores	27 %

Resultados cualitativos

Los resultados cualitativos del estudio, obtenidos a partir de los cuestionarios realizados a cinco docentes y el análisis de cuatro video-clases, permitieron identificar las siguientes categorías de errores matemáticos:

1. Errores de definición: inadecuada comprensión de conceptos matemáticos. Por ejemplo, el profesor A explicó incorrectamente los conceptos de plano y caras en figuras geométricas, intercambiando sus definiciones, lo que llevó a una interpretación errónea por parte de los estudiantes.
2. Errores de procedimiento: errores en los pasos para resolver problemas matemáticos. Por ejemplo, el profesor C resolvió incorrectamente la operación aritmética $2+6 \times 10^{-8} \div 2$ obteniendo 36, debido a no respetar la jerarquía de las

operaciones.

3. Errores de representación: mal uso de símbolos, gráficos o modelos matemáticos. Por ejemplo, el profesor B cometió un error al representar la diferencia de conjuntos $A-B$ en diagramas de Venn, graficando $B-A$ en su lugar.
4. Errores de demostración y argumentación: dificultades para justificar o probar resultados matemáticos. Por ejemplo, el profesor D incurrió en un error de argumentación al no completar el razonamiento y utilizar variables no definidas previamente.
5. Ambigüedad o imprecisión: expresiones matemáticas o instrucciones poco claras. Se identificaron varias ambigüedades: ambigüedad del contexto: el profesor B preguntó "¿cuál es el logaritmo de 10?", esperando "1", pero un alumno respondió "tiene muchas respuestas." ⁴¹ considerar diferentes bases para el logaritmo.

Ambigüedad de notación: el profesor E escribió $3 \cdot (X)^2$ en la pizarra, lo que llevó a respuestas como $6X$ en lugar de reconocer la expresión como una ecuación cuadrática. Ambigüedad lingüística: el profesor D usó las palabras "triste" y "alegre" para explicar números negativos y positivos, generando confusión sobre el significado de los signos matemáticos; además, se presentaron casos clasificados como una mala opción didáctica, definidos como estrategias

pedagógicas que conducen a errores en la comprensión.

Esta categorización permitió establecer una estructura clara para analizar las causas de los errores y diseñar estrategias para abordarlos. A continuación, en la Figura 1 se presenta el esquema que sintetiza las consideraciones del error matemático en las prácticas pedagógicas.

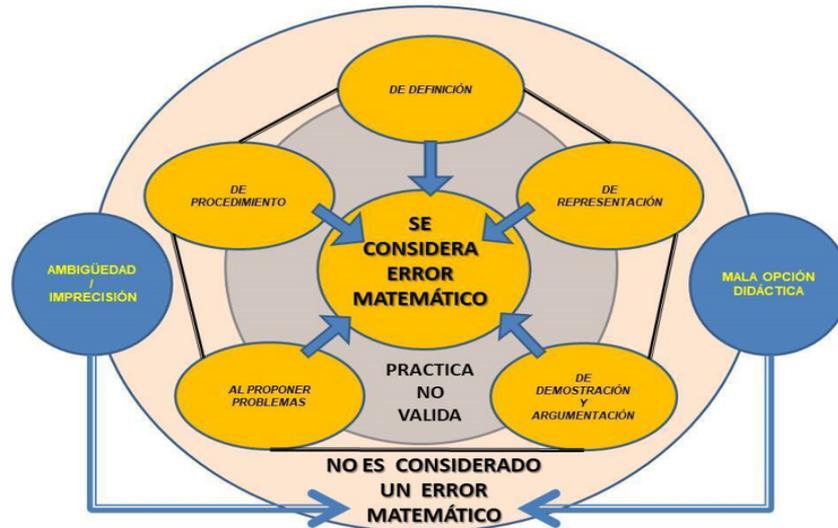


Figura 1. Esquema de las consideraciones del error matemático al interior de las prácticas pedagógicas. Fuente: Elaborado por el autor con base en la clasificación del error matemático propuesta por Sánchez *et al.*, 2021. Adaptado de ¿Qué errores detectan los futuros profesores en las clases de matemáticas que imparten?.

Este esquema evidencia la interacción entre las categorías de errores y las prácticas pedagógicas, sugiriendo que los errores matemáticos no solo dependen del conocimiento del contenido, sino también de las estrategias didácticas empleadas. La diversidad de errores observados sugiere que las dificultades en la comprensión conceptual y en la interpretación de símbolos son comunes entre los docentes. Además, las ambigüedades lingüísticas

y contextuales reflejan la necesidad de mejorar la precisión en el uso del lenguaje y en la formulación de problemas.

La Tabla 11 resume las categorías emergentes identificadas a partir de los cuestionarios y video-clases. Es importante señalar que esta tabla se derivó del análisis de los datos recolectados de los cinco docentes participantes.

Tabla 11: Categorías emergentes identificadas en el proceso de análisis cualitativo.

Categoría	Descripción	Ejemplo
Errores epistémicos	Relacionados con la falta de comprensión de conceptos matemáticos.	Confusión en la definición de función y relación.
Errores semióticos	Derivados de la interpretación incorrecta de símbolos y signos matemáticos.	Uso erróneo de los signos ">" y "<".
Errores pragmáticos	Asociados con la manera en que el docente presenta el contenido matemático	Explicación confusa sobre operaciones combinadas.
Ambigüedades lingüísticas	Generadas por la imprecisión en el uso del lenguaje matemático.	Uso de términos como "más grande" en lugar de "mayor que".
Ambigüedades contextuales	Relacionadas con la falta de claridad en las condiciones del problema.	Presentación de un problema sin definir claramente las unidades de medida.

En cuanto a las percepciones de los docentes, el cuestionario aplicado a los cinco docentes reveló que el 100% afirmó corregir sus errores en clase, con un 93% haciéndolo de inmediato y un 7% en sesiones posteriores. El 80% de los docentes reflexionó sobre las ambigüedades detectadas, mientras que el 20% no fue consciente de ellas. Un 40% indicó que algunos errores provenían de libros y guías con errores matemáticos, mientras que el 60% restante

afirmó que no. Respecto a las causas de cometer los errores y propiciar ambigüedades, el 27% los atribuyó a distracciones en clase y el 13% a falta de conocimiento matemático, y el 60% restante comentó que no cometen errores ni propician ambigüedades. La Tabla 12 resume las percepciones de los cinco docentes encuestados, organizando los resultados por categoría de percepción.

Tabla 12: Percepciones docentes sobre errores matemáticos.

Categoría de Percepción	Respuesta	Porcentaje (%)
Corrección de errores en clase	Afirman corregir sus errores	100 %
	Lo hacen de inmediato	93 %
	Lo hacen en sesiones posteriores	7 %
Reflexión sobre ambigüedades	Reflexionan sobre las ambigüedades detectadas	80 %
	No fueron conscientes de las ambigüedades.	20 %
Origen de errores (Libros/Guías)	Indican que los errores provienen de libros y guías con errores matemáticos	40 %
	Afirman que los errores NO provienen de libros y guías con errores matemáticos	60 %
Causas de los errores y ambigüedades	Atribuyen los errores a distracciones en clase	27 %
	Atribuyen los errores a falta de conocimiento matemático	23 %
	No cometen errores ni propician ambigüedades	60 %

Los resultados reflejan que las dificultades en la enseñanza de las matemáticas están estrechamente relacionadas con la comprensión conceptual, la interpretación simbólica y los errores en materiales didácticos, siendo estos últimos responsables del 40% de las imprecisiones. La reiteración de errores epistémicos y semióticos en las fuentes (cuestionarios, clases y documentos) confirma que estas dificultades son sistemáticas, lo cual, junto con la alta consistencia interna ($\alpha = 0.92$) y concordancia interevaluador ($\kappa = 0.85$), refuerza la solidez metodológica del estudio.”

El primer objetivo de la investigación, que consistía en identificar y categorizar los errores y ambigüedades presentes en la práctica docente de profesores de matemáticas de la Institución Educativa Municipal Libertad (Pasto, Colombia), se materializó en la detección y clasificación exhaustiva de dichos errores y ambigüedades. Este proceso constituyó la base diagnóstica fundamental del estudio, permitiendo la consolidación de un inventario detallado de las deficiencias y ambigüedades recurrentes en la enseñanza de las matemáticas.

Los resultados de la investigación demuestran la concienciación efectiva de los docentes sobre los errores que cometen y las ambigüedades que propician, cumpliendo así el segundo objetivo del estudio. Este logro se obtuvo mediante la identificación y categorización de los errores y ambigüedades en la práctica docente, seguida de la implementación de sesiones de retroalimentación y diálogo con los profesores. Estas interacciones facilitaron una

reflexión profunda sobre las causas subyacentes de los errores y sus impactos directos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, evidenciando una toma de conciencia crítica sobre su quehacer pedagógico.

El tercer objetivo de la investigación, proponer estrategias de intervención basadas en el análisis de patrones de errores y ambigüedades identificados en las clases, se materializó en el desarrollo de un conjunto de estrategias pedagógicas específicas. Estas propuestas, denominadas consideraciones para resignificar la enseñanza de las matemáticas, surgen directamente del análisis exhaustivo de los patrones de errores y ambigüedades detectados en el estudio. Un resultado clave de estas estrategias es la propuesta de fomentar una comunidad de práctica, un espacio donde el consenso y la crítica constructiva son pilares para la mejora continua de la práctica pedagógica, con un énfasis particular en el desarrollo y la enseñanza de los pensamientos matemáticos.

Los errores docentes, lejos de ser solo fallas, pueden convertirse en oportunidades valiosas para la reflexión crítica y la mejora pedagógica. La investigación logró una concienciación efectiva de los docentes sobre sus errores y ambigüedades a través de sesiones de retroalimentación y diálogo, cumpliendo así un objetivo clave del estudio. Las dificultades observadas están intrínsecamente relacionadas con la comprensión conceptual y la interpretación simbólica de los docentes. Para abordar estas problemáticas de manera integral y generar un impacto duradero, el estudio

propone ir más allá de la corrección individual y sugiere el fomento de una comunidad de práctica, un espacio colaborativo donde el consenso y la crítica constructiva impulsen la mejora continua de la práctica pedagógica, con un énfasis particular en el desarrollo y la enseñanza de los pensamientos matemáticos.

Finalmente, los errores y ambigüedades observados en las sesiones de clase evidencian patrones recurrentes en la práctica docente. Ejemplos como la confusión entre plano y caras, errores en la jerarquía de operaciones, representaciones incorrectas en teoría de conjuntos, el uso de analogías subjetivas como “triste” y “alegre” para explicar signos, y notaciones ambiguas en ecuaciones cuadráticas ilustran cómo estas situaciones afectan la comprensión del estudiante y limitan la precisión instruccional. Estos hallazgos coinciden con estudios previos (Font *et al.*, 2023; Godino *et al.*, 2007), que advierten que los errores docentes, lejos de ser solo fallas, pueden convertirse en oportunidades valiosas para reflexionar sobre la enseñanza. Preocupa, sin embargo, que un 27% de los docentes afirmara no cometer errores, lo que podría indicar una falta de autoconciencia o resistencia al cambio. Si bien ciertas ambigüedades pueden fomentar el pensamiento crítico, es fundamental que el docente reconozca cuándo estas dificultan la comprensión y sepa cómo abordarlas pedagógicamente.

CONCLUSIONES

El estudio permitió analizar y categorizar los errores y ambigüedades en la enseñanza de las matemáticas desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS), identificando patrones recurrentes y factores que inciden en su aparición. Los resultados cuantitativos y cualitativos evidenciaron una alta frecuencia de errores epistémicos y semióticos, lo que subraya la necesidad de fortalecer la comprensión conceptual y la interpretación de signos matemáticos por parte del profesorado. Aunque los docentes reconocen la existencia de estas dificultades, persiste una limitada capacidad para detectarlas y corregirlas de forma sistemática.

Se recomienda fomentar la reflexión docente mediante programas de formación continua, impulsar la autoevaluación y la retroalimentación como herramientas para mejorar la práctica pedagógica, e implementar revisiones periódicas de los materiales didácticos para garantizar su precisión. Además, se identificó que el uso de metodologías basadas en resolución de problemas y plataformas tecnológicas contribuye significativamente a reducir errores y mejorar la comprensión matemática.

Finalmente, los hallazgos resaltan la importancia de fortalecer la formación inicial y continua del profesorado en torno al análisis de errores y ambigüedades, promoviendo espacios de diálogo y colaboración entre docentes para compartir estrategias

efectivas que favorezcan una enseñanza más rigurosa, reflexiva y contextualizada.

Este estudio presenta ciertas limitaciones que deben considerarse al interpretar los resultados. En primer lugar, el tamaño de la muestra fue reducido (cinco docentes), lo que restringe la posibilidad de generalizar los hallazgos. Además, la investigación se desarrolló en un contexto educativo particular —la enseñanza de las matemáticas en niveles de educación básica y media—, por lo que las conclusiones podrían diferir en otros niveles formativos o disciplinas. Asimismo, tanto los cuestionarios como las observaciones en el aula se realizaron en un periodo limitado, lo que podría haber condicionado la aparición de determinados comportamientos o patrones.

A partir de los resultados obtenidos, se sugieren varias líneas de investigación futuras orientadas a profundizar en el análisis de errores y ambigüedades en la enseñanza de las matemáticas. Entre ellas, se plantea: ampliar el estudio a una muestra más diversa que incluya docentes de distintos niveles y contextos educativos; examinar el impacto de programas de formación continua en la capacidad del profesorado para detectar y corregir errores; explorar cómo las estrategias didácticas influyen en la aparición de errores en áreas específicas como álgebra, geometría o cálculo; e investigar de qué manera las ambigüedades afectan la comprensión matemática del estudiantado y el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas.

Financiamiento

No ha sido necesario financiamiento para realizar esta obra de investigación.

Conflicto De Intereses

No existe conflicto de intereses.

Contribuciones De Los Autores

El autor ha desempeñado la totalidad de los 14 roles establecidos en la taxonomía CRediT (Contributor Roles Taxonomy), asumiendo de forma integral el desarrollo del estudio como único responsable del mismo.

Agradecimientos

Al Dr. Vicenç Font Moll, codirector internacional, y al Dr. Publio Suárez Sotomonte, director nacional de mi tesis doctoral, por su invaluable apoyo, orientación y dedicación a lo largo de esta investigación. Su experiencia y compromiso han sido esenciales para el desarrollo de este trabajo.

REFERENCIAS

- Amaya de Armas, T. (2020). Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores de matemáticas en el desarrollo de una clase utilizando funciones. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 34(1), 110-131. Disponible en: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a06>.
- Arteaga-Martínez, B., Macías, J., y Pizarro, N. (2020). La representación en la resolución de problemas matemáticos: un análisis de estrategias metacognitivas de estudiantes de secundaria. *UNICIENCIA*, 34(1), 263-280. Disponible en: <https://doi.org/10.15359/ru.34-1.15>.
- Barboza, J., y Castro, W. (2023). Criterios emergentes y asociados a la idoneidad didáctica para la enseñanza del perímetro por futuros profesores de matemáticas. *Formación universitaria*, 16(1), 11-22. Disponible en: <https://doi.org/10.4067/S0718-50062023000100011>.
- Barquero, A. M. (2022). Concepciones docentes sobre el error matemático. *Revista Diá-logos*, 14(25), 11-24. Disponible en: <http://hdl.handle.net/11715/2531>.
- Batanero, C., Contreras, J., Díaz, C., y Sánchez, E. (2015). Prospective teachers' semiotic conflicts in computing probabilities from a two-way table. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 10(1), 3-16. Disponible en: <https://doi.org/10.29333/iejme/288>.
- Beyer, W. (2014). Los textos escolares y el error en matemáticas. *Revista Matua*, 1(1), 1-25. Disponible en: <https://revistas.uniatlantico.edu.co/index.php/MATUA/article/view/1034>.
- Calle-Bermeo, Y. A., García-Herrera, D. G., Mena-Clerque, S. E., y Erazo-Álvarez, J. C. (2020). Aprendizaje basado en problemas y trabajo colaborativo para la enseñanza de Matemática. *EPISTEME KOINONIA*, 3(1), 436-458. Disponible en: <https://doi.org/10.35381/e.k.v3i1.1019>.
- Denzin, N., y Lincoln, Y. (2012). Manual de investigación cualitativa: Paradigmas y perspectivas en disputa. *Editorial Gedisa, Barcelona*. Disponible en: https://api.pageplace.de/preview/DT0400_9788418193545_A40043212/preview-9788418193545_A40043212.pdf.
- Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., y Hecklein, M. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. *Premisa*, 23, 23-32. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/23134/>.
- Escobedo, G. G. G., y García, T. E. (2021). La formación y la identidad docente: un estudio con profesores de matemáticas de secundaria. *REDIME: Revista de Investigación y Divulgación en Matemática Educativa*, 18(3), 31-39. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/360208516_LA_FORMACION_Y_LA_IDENTIDAD_DOCENTE_UN_ESTUDIO_CON_PROFESORES_DE_MATEMATICAS_DE_SECUNDARIA.
- Fernández Martín, E. (2020). Análisis de estrategias metodológicas docentes innovadoras apoyadas en el uso de TIC para fomentar el Aprendizaje Cooperativo del alumnado universitario del Grado de Pedagogía. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado Continuación de la Antigua Revista de Escuelas Normales*, 34(2). Disponible en: <https://doi.org/10.47553/rifop.v34i2.77628>.
- Font, V., Breda, A., Pino-Fan, L., y Sala-Sebastià, G. (2023). Didactic suitability criteria to organise teachers' reflection aimed at improving instructional processes in mathematics. The case of errors. Disponible en: https://www.academia.edu/116702404/Didactic_suitability_criteria_related_to_the_reflection_on_the_implementation_of_mathematical_modelling_in_a_virtual_context.
- Fúneme, C., y López, L. (2022). Conocimiento didáctico-matemático de algunos docentes sobre los números primos. *ALTERIDAD. Revista de Educación*, 17(2), 208-223. Disponible en: <https://doi.org/10.17163/alt.v17n2.2022.04>.
- Gamboa, G. M., y Fonseca, P. J. (2017). Los errores en el aprendizaje de las matemáticas. Su importancia didáctica. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 8(5), 227-246. Disponible en: <https://revistas.ult.edu.cu/index.php/didascalia/article/view/681>.
- Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education [El enfoque onto-semiótico de la investigación en educación matemática]. *ZDM Mathematics Education*, 39, 127-135. Disponible en: <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>.
- Godino, J., y Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Revista Educación Matemática*, 12(1), 70-92. Disponible en: https://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/Godino_Llinares_Interaccionismo.PDF.
- Ledezma, C., Sánchez, A., Breda, A., Sala, G., y Font, V. (2022). What errors do prospective teachers detect in their mathematics lessons? *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 251-255. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/361969541_What_errors_do_prospective_teachers_detect_in_their_mathematics_lessons.
- Negrete Toapanta, M. E., Montenegro Ruiz, F. J., George-Reyes, C. E., y Robinson Aguirre, J. O. (2024). Khan Academy y su incidencia en las habilidades de resolución de problemas matemáticos. *Dominio de las Ciencias*, 10(2), 821-848. Disponible en: <https://doi.org/10.23857/dc.v10i2.3833>.
- Peña, H. (1982). La ambigüedad. *Revista Documentos Lingüísticos y Literarios*, 8, 41-49. Disponible en: <http://revistadocumentosll.cl/index.php/revistadll/article/view/93>.
- Ramírez, R., Flores, P., y Ramírez, I. (2018). Análisis de los errores en tareas geométricas de argumentación visual por estudiantes con talento matemático. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 21(1), 29-35. Disponible en: <https://doi.org/10.12802/relime.18.2112>.
- Rico, L. (1997). Reivindicación del error en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Épsilon*, 38, 185-198. Disponible en: <https://core.ac.uk/download/pdf/18590956.pdf>.
- Sánchez, A., Breda, A., Ledezma, C., Sala, G., Sol, T., y V., F. (2022). ¿Qué conflictos semióticos detectan los futuros profesores en las clases de matemáticas que imparten? *Investigación en educación matemática XXV. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, 529-538. Disponible en: <https://www.seiem.es/docs/actas/25/Comunicaciones/529.pdf>.
- Sánchez, A., Breda, A., Font, V., y Sala, G. (2021). ¿Qué errores detectan los futuros profesores en las

- clases de matemáticas que imparten? *Revista del Congreso internacional de Docencia Universitaria e Innovación (CIDUI)*, 5, 1-13. Disponible en: <https://bit.ly/40VmBAN>.
- Sánchez-Cardona, J., Rendón-Mesa, P., y Villa-Ochoa, J. (2020). Proyectos de modelación matemática como estrategia de evaluación formativa en un curso para futuros profesores de matemáticas. *Revista Meta: Avaliação*, 13(40), 1-22. Disponible en: <https://doi.org/10.22347/2175-2753v13i40.3243>.
- Socas, R. M. M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. *Investigación en educación matemática. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM*, 19-52. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/28231378_Dificultades_y_errores_en_el_aprendizaje_de_las_matematicas_Analisis_desde_el_enfoque_logico_semiotico.
- Stake, R. (1995). The Art of Case Study Research. *Sage Publications*. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/273635929_The_Art_of_Case_Study_Research_by_Robert_Stake_1995.
- Strauss, A., y Corbin, J. (1998). Basics of Qualitative Research: Techniques and Procedures for Developing Grounded Theory (2nd ed.), Sage Publications. Disponible en: https://research-proposal.ir/wpcontent/uploads/2019/06/Basics_of_Qualitative_Research_Techniques_and_Procedures_for_Developing_Grounded_Theory.pdf.
- Yin, R. (2018). Case Study Research and Applications. Design and Methods. (6th ed.). *Design and Methods*. Disponible en: <https://www.ebooks.com/en-us/book/9577776/case-study-research-and-applications/robert-k-yin/>.

